**Поток Риччи и гипотеза Пуанкаре**

Джон В. Морган и Ганг Тянь

AMS subject classification: 53C44, 57M40.

**Оглавление**

**Введение 5**

Обзор аргумента Перельмана 2

Основы геометрии Римана 3

Основы потока Риччи 3

Достижения Перельмана 3

Стандартное решение и процесс хирургии 3

Расширение потоков Риччи с хирургией 3

Исчезновение за конечное время 3

Благодарности 3

Список связанных статей 3

**Глава 1. Введение в геометрию Римана 4**

Метрика Римана и связность Леви-Чивиты 5

Кривизна Риманового многообразия 6  
Геодезические и экспоненциальное отображение 6

Вычисления в гауссовых нормальных координатах 6

Основные результаты сравнения кривизны 6

Локальный объем и радиус инъективности 6

**Глава 2. Многообразия с неотрицательной кривизной 4**

Функции Буземана 6

Результаты сравнения в случае неотрицательной кривизны 6

Теорема о душе 6

Концы многообразия 6

Теорема расщепления 6

ϵ-шейки 6

Коэффициенты прямой разницы 6

**Глава 3. Основы потока Риччи 4**

Определение потока Риччи 6

Некоторые точные решения потока Риччи 6

Локальная существуемость и единственность 6

Эволюция кривизны 6

Эволюция кривизны в развивающейся ортонормальной системе 6

Изменение расстояния под действием потока Риччи 6

Оценки производных Ши 6

Обобщенные потоки Риччи 6

**Глава 4. Принцип максимума 4**

Принцип максимума для скалярной кривизны 6

Принцип максимума для тензоров 6

Применения принципа максимума 6

Сильный принцип максимума для кривизны 6

Сужение к положительной кривизне 6

**Глава 5. Результаты сходимости для потока Риччи 4**

Геометрическая сходимость Римановых многообразий 6

Геометрическая сходимость потоков Риччи 6

Сходимость Громова–Хаусдорфа 6

Пределы при увеличении масштаба 6

Расщепление пределов на бесконечности 6

**Глава 6. Геометрический подход к потоку Риччи через сравнения 4**

*L*-длина и *L*-геодезические 6

*L*-экспоненциальное отображение и его свойства первого порядка 6

Минимизирующие *L*-геодезические и область инъективности 6

Дифференциальные неравенства второго порядка для *L*τ и *L*τ*x* 6

Сокращённая длина 6

Локальные оценки Липшица для *lx* 6

Сокращённый объём 6

**Глава 7. Полные потоки Риччи с ограниченной кривизной 4**

Функции *Lx* и *lx* 6

Оценка для *min* *lτx* 6

Сокращённый объём 6

**Глава 8. Результаты о несхлопывающихся многообразиях 4**

Результат о несхлопывании для обобщённых потоков Риччи 6

Применение к компактным потокам Риччи 6

**Глава 9. *κ*-несхлопывающиеся древние решения 4**

Предварительные замечания 6

Асимптотический градиентный сокращающий солитон для *κ*-решений 6

Расщепление пределов на бесконечности 6

Классификация градиентных сокращающих солитонов в размерностях 2 и 3 6

Универсальный *κ* 6

Асимптотический объём 6

Компактность пространства 3-мерных *κ*-решений 6

Качественное описание *κ*-решений 6

**Глава 10. Ограниченная кривизна на ограниченном расстоянии 4**

Сужение к положительному: определения 6

Формулировка теоремы 6

Неполный геометрический предел 6

Пределы конуса возле конца *E* для рескейлингов *U*∞ 6

Сравнение предела Громова–Хаусдорфа и гладкого предела 6

Финальное противоречие 6

**Глава 11. Основы потока Риччи 4**

Гладкий предел при увеличении масштаба, определённый для малого времени 6

Пределы при долгом времени увеличения масштаба 6

Неполные гладкие пределы в сингулярные моменты 6

Существование сильных *δ*-шеек, достаточно глубоких в 2*ϵ*-горне 6

**Глава 12. Стандартное решение 4**

Существование стандартного потока 6

Полнота, положительная кривизна и асимптотическое поведение 6

Стандартные решения являются вращательно симметричными 6

Единственность 6

Решение потока гармонических отображений 6

Завершение доказательства единственности 6

Некоторые следствия 6

**Глава 13. Хирургия на *δ*-шейке 4**

Нотация и формулировка результата 6

Предварительные вычисления 6

Доказательство теоремы 13.2 6

Другие свойства результата хирургии 6

**Глава 14. Поток Риччи с хирургией: определение 4**

Пространство-время хирургии 6

Обобщённое уравнение потока Риччи 6

**Глава 15. Контролируемые потоки Риччи с хирургией 4**

Сшивание развивающихся шеек 6

Топологические следствия предположений (1) – (7) 6

Дополнительные условия для хирургии 6

Процесс хирургии 6

Утверждения о существовании потока Риччи с хирургией 6

Контуры доказательства теоремы 15.9 6

**Глава 16. Доказательство несхлопывания 4**

Формулировка результата о несхлопывании 6

Доказательство несхлопывания при *R*(*x*) = *r*−2 с *r* ≤ *ri*+1 6

Минимизирующие *L*-геодезические существуют, когда *R*(*x*)≤*ri*+1-2 : формулировка 6

Эволюция окрестностей хирургических кап 6

Оценка длины 6

Завершение доказательства пропозиции 16.1 6

**Глава 17. Завершение доказательства теоремы 15.9 4**

Доказательство сильного предположения о канонических окрестностях 6

Время хирургии не накапливается 6

**Глава 18. Истечение до конечного времени 4**

Результат 6

Исчезновение компонентов с нетривиальной *π*2 6

Истечение 6

Поток сжимающихся кривых 6

Доказательство пропозиции 18.24 6

Доказательство леммы 18.59: кольца с маленькой площадью 6

Доказательство первой неравенства в лемме 18.52 6

**Глава 19. Приложение: Канонические окрестности 4**

Укорочение кривых 6

Геометрия *ϵ*-шеек 6

Перекрывающиеся *ϵ*-шейки 6

Области, покрытые *ϵ*-шейками и (*C,ϵ*)-капами 6

Подмножества объединения ядер (*C,ϵ*)-капов и *ϵ*-шеек 6

**Библиография 4**